

La Proportionnalité

I. Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en
les valeurs de l'autre par un même nombre non nul.
Ce nombre est appelé

Exemple : Si un litre d'essence coûte 1,30 € à la pompe, alors le volume de carburant acheté et le prix payé sont des grandeurs proportionnelles. Le coût payé s'obtient en multipliant le volume acheté par le coût au litre (1,30 €), qui est le coefficient de proportionnalité..

A. **Tableau de proportionnalité**

Définition :

Un tableau qui contient des données proportionnelles s'appelle un

Exemple : Le tableau suivant, dont la première ligne indique le temps de course d'un marathonien et la seconde ligne la distance parcourue, est un **tableau de proportionnalité**. La seconde ligne s'obtient en multipliant la première ligne par un nombre non nul : la vitesse du coureur.

| | | | | | | | | | |
|---------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| temps (mn) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 15 |
| distance (km) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 75 |

Méthode : Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondantes de ces grandeurs.

B. **Compléter un tableau de proportionnalité**

On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en :

- l'une des colonnes par un nombre non nul
- deux colonnes
- Utilisant le de proportionnalité.

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases dont on ne connaît que trois valeurs, on peut calculer la dernière, appelée

Exemple :

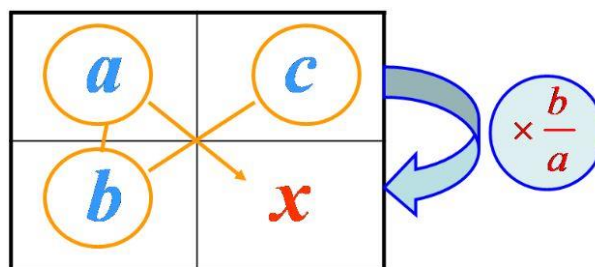
La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs. Les cases colorées peuvent se remplir en utilisant les règles portant sur les colonnes.

| | | | | | | |
|---------------|------------|-------|---------------|--------|--------|--------------|
| Ventes (en €) | 2 000 | 8 000 | 16 000 | 18 000 | 20 000 | 38 000 |
| Primes (en €) | 125 | 500 | 1 000 | 1 125 | 1 250 | 2 375 |

Les ventes sont divisées par 4... ...donc les ventes doublent. Les montants s'additionnent...
...donc les primes sont divisées par 4. La prime double... ...donc les primes s'additionnent.

Méthode du produit en croix

La « quatrième proportionnelle », c'est-à-dire la valeur manquante dans un tableau de proportionnalité de 4 cases, peut être calculée à l'aide du produit en croix, ainsi que l'illustre le schéma ci-dessous, où x désigne la valeur recherchée, les nombres a , b et c étant connus.



$$x = c \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a} \text{ soit } \boxed{x = c \times b \div a}$$

C. Utiliser ou calculer un pourcentage

Règle :

Prendre $t\%$ d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple :

15 % d'une population de 30 000 individus représentent $\frac{15}{100} \times 30\,000 = 15 \times 300 = 4\,500$ personnes.

Méthode :

Calculer un **pourcentage** revient à exprimer une proportion de dénominateur 100.

Exemple : 4 personnes sur 5 trient leurs déchets, ce qui représente $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} = \frac{80}{100}$,

donc 80% de la population.

D. Utiliser ou calculer une échelle

Sur un plan à l'échelle, les distances sur le plan sont proportionnelles aux distances en réalité.

L'**échelle** est le coefficient de proportionnalité.

Elle est égale au rapport $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance en réalité}}$, les deux distances étant exprimées dans la même unité.

Exemple :

Les cartes "TOP 25" de l'Institut Géographique National sont à l'échelle 1 : 25 000, ce qui signifie qu'1 cm sur la carte représente sur le terrain une longueur de 25 000 cm, soit 250 m.