

LES NOMBRES RATIONNELS

I) Nombres Rationnels

Définition : Si a et b désignent deux nombres entiers, avec a non nul, alors le quotient de b par a est le nombre qui, multiplié par a , donne b . Il est le résultat de la division de b par a .

$$a \times \frac{b}{a} = b$$

Ce quotient se note à l'aide de la fraction $\frac{b}{a}$, b est le numérateur et a est le dénominateur.

Il s'agit d'un **nombre rationnel**.

Exemple : Le nombre $\frac{54}{6}$ est celui qui, multiplié par 6, donne 54. Il est égal à $54 \div 6 = 9$.

Remarques : Lorsque le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers, on parle d'**écriture fractionnaire**. Ainsi, $\frac{13}{0,5}$ est une écriture fractionnaire.

II) Fractions égales

Propriété : Un quotient ne change pas quand on **multiplie** ou quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

Exemples :

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \qquad \frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{4} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8} \qquad \frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4} \end{array}$$

A) Simplification de fractions

Lorsqu'on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le même entier (non nul) et qu'on obtient une nouvelle fraction (égale à la précédente), on a **simplifié** la fraction.

Exemple : $\frac{18}{15} = \frac{18 \div 3}{15 \div 3} = \frac{6}{5}$ (Simplification par 3).

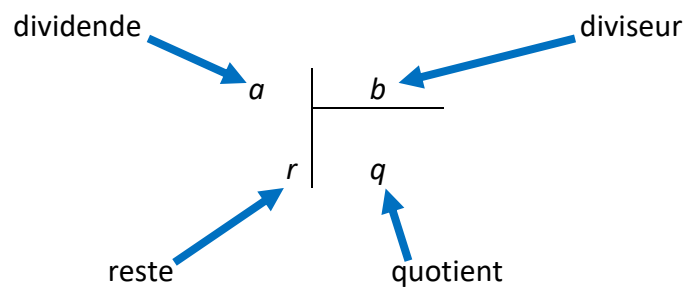
B) Diviseurs et Multiples

Si a et b sont deux entiers, avec b non nul, on dit que « a est **divisible** par b », ou que « b est un **diviseur** de a » ou encore que « a est un **multiple** de b », lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

Exemples : **21 est divisible par 7, 4 est un diviseur de 16, 30 est un multiple de 5,...**

Rappel : La division euclidienne

Effectuer la division euclidienne de a par b (entier non nul), c'est trouver le **quotient** q et le **reste** r tel que : $a = b \times q + r$ et $r < b$.



Exemple : $23 = 4 \times 5 + 3$

La division euclidienne est une division en nombres entiers : diviseur, dividende, quotient et restes sont des nombres entiers.

C) Critères de divisibilité

- Un nombre est divisible par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé de ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

III) Comparaison de fractions

A. Avec le même dénominateur

Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

B. Avec le même numérateur

Lorsque deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

C. Mettre deux fractions au même dénominateur

Pour comparer deux fractions dans le cas général, il faut les **mettre au même dénominateur**. La plus grande fraction est alors celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple :

$$\text{Pour comparer } \frac{2}{3} \text{ et } \frac{1}{2}, \text{ on remarque que : } \begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \\ \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \end{cases} \quad \text{Donc } \frac{2}{3} > \frac{1}{2}.$$

Pour mettre deux fractions au même dénominateur, on peut multiplier le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

Exemple :

$$\text{Pour mettre } \frac{6}{17} \text{ et } \frac{4}{11} \text{ au même dénominateur, on peut observer que : } \begin{cases} \frac{6}{17} = \frac{6 \times 11}{17 \times 11} = \frac{66}{187} \\ \frac{4}{11} = \frac{4 \times 17}{11 \times 17} = \frac{68}{187} \end{cases}.$$

IV. Additionner et soustraire des fractions

Si deux fractions ont un dénominateur commun, leur somme est une fraction ayant le même dénominateur et dont le numérateur est la somme des deux numérateurs.

$$\text{Exemple : } \frac{11}{25} + \frac{7}{25} = \frac{11+7}{25} = \frac{18}{25}$$

Si deux fractions ont un dénominateur commun, leur différence est une fraction ayant le même dénominateur et dont le numérateur est la différence des deux numérateurs.

$$\text{Exemple : } \frac{11}{25} - \frac{7}{25} = \frac{11-7}{25} = \frac{4}{25}$$

Pour additionner ou soustraire deux fractions, on doit commencer par les mettre au même dénominateur.

$$\text{Exemple : } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$