

Trigonométrie

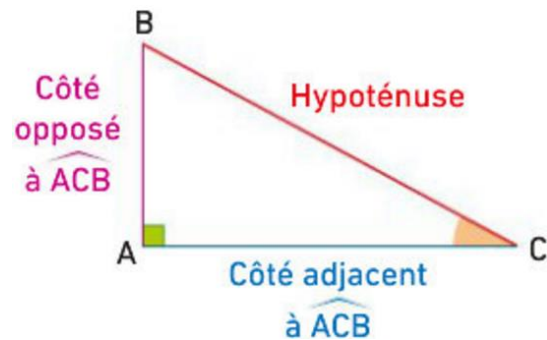
I) Révisions sur le triangle rectangle

Vocabulaire : Dans un triangle ABC rectangle en A, le côté BC s'appelle l'hypoténuse.

Le côté AB est dit adjacent à l'angle \widehat{ABC} et opposé à l'angle \widehat{ACB} .

Symétriquement, le côté AC est opposé à l'angle \widehat{ABC} et adjacent à l'angle \widehat{ACB} .

II) Sinus, cosinus et tangente d'un angle.



A) Sinus

Définition : Dans le triangle ABC rectangle en A, pour un angle aigu donné, le rapport $\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ est constant et ne dépend pas des dimensions du triangle.

La valeur de ce rapport définit le **sinus** de cet angle.

B) Cosinus

Définition : Dans le triangle ABC rectangle en A, pour un angle aigu donné, le rapport $\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ est constant et ne dépend pas des dimensions du triangle.

La valeur de ce rapport définit le **cosinus** de cet angle.

C) Tangente

Définition : Dans le triangle ABC rectangle en A, pour un angle aigu donné, le rapport $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ est constant et ne dépend pas des dimensions du triangle.

La valeur de ce rapport définit la **tangente** de cet angle. On a également $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Formule mnémotechnique :

SOHCAHTOA

III) Calcul des longueurs des côtés

Si le sinus de l'angle est connu, on peut calculer l'hypoténuse ou le côté opposé à l'angle :

$$\text{Côté Opposé} = \sinus \times \text{Hypoténuse} \qquad \text{Hypoténuse} = \frac{\text{Côté Opposé}}{\sinus}$$

Si le cosinus de l'angle est connu, on peut calculer l'hypoténuse ou le côté adjacent à l'angle :

$$\text{Côté Adjacent} = \cosinus \times \text{Hypoténuse} \qquad \text{Hypoténuse} = \frac{\text{Côté Adjacent}}{\cosinus}$$

Si la tangente de l'angle est connue, on a les formules :

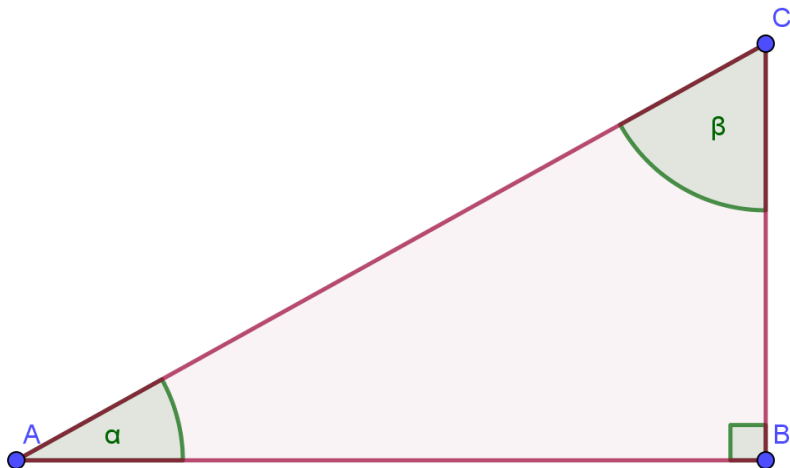
$$\text{Côté Opposé} = \text{tangente} \times \text{Côté Adjacent} \qquad \text{Côté Adjacent} = \frac{\text{Côté Opposé}}{\text{tangente}}$$

IV) Propriétés

A) Angles complémentaires

Si α et β sont deux angles complémentaires (dont la somme vaut 90°), alors :

<ul style="list-style-type: none">• $\sin \alpha = \cos \beta$• $\sin \beta = \cos \alpha$• $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$



V) Valeurs réciproques

Connaissant la valeur du sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle, il est possible de déterminer la mesure de cet angle grâce à la fonction Arcsin de la calculatrice.

De la même manière, la fonction Arccos permet de retrouver la mesure de l'angle dont on connaît le cosinus et la fonction Arctan utilise la valeur de la tangente pour retrouver l'angle.

Exemple :

Le triangle ci-contre est rectangle.

L'angle \widehat{ABC} peut être retrouvé grâce à son cosinus, qui vaut ici :

$$\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Aussi } \widehat{ABC} = \text{Arccos} \frac{11}{15} \approx 42.83^\circ.$$

