

Homothéties

A) Construction

Pour construire l'image A' d'un point A par l'homothétie de centre O et de rapport k , il faut :

- Tracer la droite (OA) : si $k > 0$ alors A' est du même côté que A par rapport à O , sinon A' est du côté opposé à A par rapport à O ;
- Reporter les longueurs :
 - $OA' = k \times OA$ si $k > 0$
 - $OA' = -k \times OA$ si $k < 0$

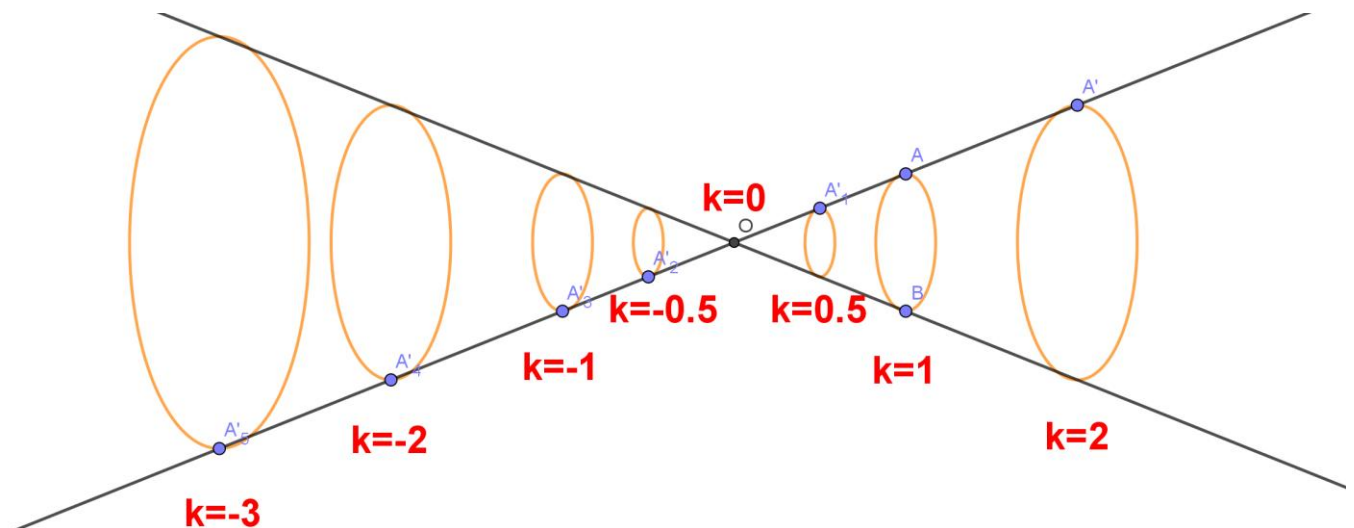
Remarque :

Une homothétie correspond toujours à :

- un agrandissement lorsque $k > 1$ ou $k < -1$
- une réduction lorsque $-1 < k < 1$

Cas particuliers :

- Lorsque $k=1$, A et A' sont confondus.
- L'homothétie de centre O et de rapport -1 équivaut à une symétrie centrale par rapport à O .

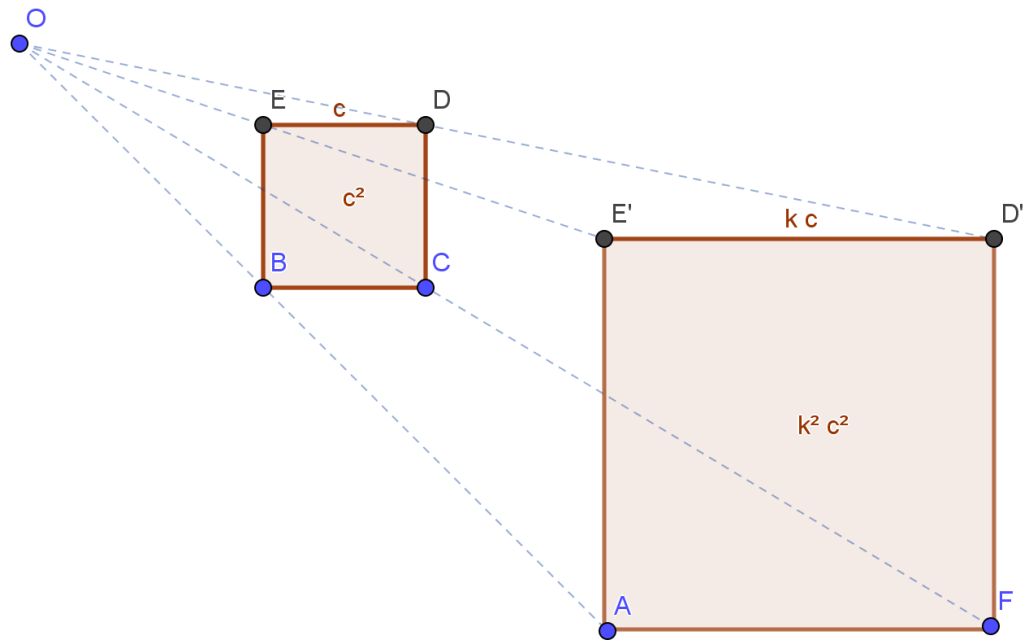


B) Propriétés

Propriétés :

- Une homothétie transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.
- Une homothétie conserve les angles.
- Par une homothétie de rapport k , toutes les longueurs sont multipliées par k (par $-k$ si $k < 0$).
- Par une homothétie de rapport k , toutes les aires sont multipliées par k^2 :

Exemple :



Chaque côté du carré mesure c , l'aire du carré mesure donc c^2 .

L'image du carré BCDE par l'homothétie de centre O et de rapport k est le carré B'C'D'E' de côté kc et d'aire $k^2 c^2$.

- Le rapport de l'homothétie qui transforme $[AB]$ en $[A'B']$ est
 - $\frac{A'B'}{AB}$, si $k > 0$
 - $-\frac{A'B'}{AB}$, si $k < 0$