Probabilités

A) Expérience aléatoire

Une expérience aléatoire est une expérience que l'on peut reproduire dans les mêmes conditions et dont on connaît tous les résultats possibles sans qu'il soit possible de dire avec certitude lequel se produira.

Vocabulaire : Ces résultats possibles sont appelés des **issues**.

Exemple : Lancer un dé est une **expérience aléatoire**. Les valeurs possibles lues sur la face du dé, c'est-à-dire tous les nombres de 1 à 6, sont les **issues** de cette expérience aléatoire.

B) Evénements

Définition : Un **événement** est constitué de zéro, une ou plusieurs issues.

Exemple : L'**événement** « obtenir un nombre pair » est constitué des **issues** 2, 4 et 6. Lorsqu'on obtient effectivement un nombre pair, on dit que l'événement se **réalise**, sinon on dit qu'il ne se réalise pas.

Vocabulaire :

- Un événement qui se produit systématiquement est appelé événement **certain**.
- Un événement qui ne peut se produire est appelé événement **impossible**.
- Un événement constitué d'une seule issue est appelé « **événement élémentaire** ».

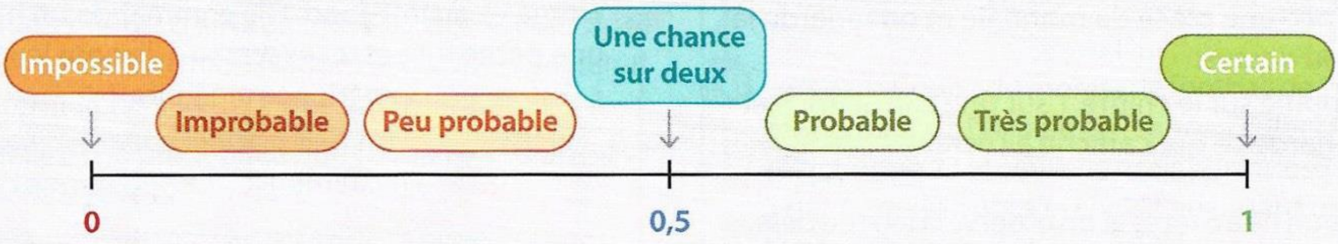
Exemples :

- L'événement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est certain.
- L'événement « obtenir un nombre supérieur à 7 » est impossible.

C) Probabilité d'un événement

Définition : La probabilité d'un événement A est un nombre compris entre 0 et 1 exprimant ses « chances » de réalisation. On la note p(A).

- Plus un évènement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1.
- Moins il a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.



Exemples :

- Lorsqu'on lance un dé équilibré pour obtenir une valeur précise, on a théoriquement une chance sur six de réussir : p(« obtenir un 5 »)= $\frac{1}{6}$ mais on a une chance sur 2 que l'événement « obtenir un nombre pair » se réalise : p(« obtenir un nombre pair ») = 0,5.
- La probabilité d'un événement *A* certain vaut p(*A*)=1.
- La probabilité d'un événement *A* impossible vaut p(*A*)=0.

1) Calcul de probabilités

Vocabulaire : lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont toutes la même probabilité de se produire, on est dans une situation d'**équiprobabilité**. Dans une telle situation, si le nombre d'issues est noté *n*, alors la probabilité de chaque issue vaut $\frac{1}{n}$.

Exemple : le lancer d'un dé équilibré a six issues équiprobables : p(« obtenir un 5 »)= $\frac{1}{6}$.

Propriété : Lorsqu'il y a équiprobabilité, la probabilité d'un événement est le rapport entre le nombre d'issues le constituant et le nombre total d'issues. Si on qualifie de « favorables » les issues qui composent l'événement *A*, alors : $p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$.

2) Evénements contraires

Définition : deux événements sont dits incompatibles lorsqu'il n'existe aucune issue les réalisant en même temps.

Exemple : Tirer un cœur dans un jeu de 32 cartes et tirer une carte noire dans ce même jeu sont deux événements incompatibles.

Définition : l'événement contraire d'un événement *E* est l'événement qui se réalise lorsque *E* ne se réalise pas. On le note $\bar{E}$ et on le lit « non E ».

Propriété : $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

Remarque : il est parfois plus facile de calculer $P(\bar{E})$ que de calculer directement $P(E)$.

3) Approche fréquentielle

Propriété : Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un événement est proche de la probabilité de cet événement.

Remarque : Il devient ainsi possible d'estimer la probabilité d'un événement E (qu'on ne saurait calculer directement) en répétant un très grand nombre de fois l'expérience aléatoire et en calculant la fréquence de réalisation de E.