

# Calcul littéral et identités remarquables

## I) Calcul littéral

Deux expressions littérales sont égales si elles sont toujours égales, c'est-à-dire si elles sont égales pour n'importe quelles valeurs attribuées aux lettres de l'expression.

### A) La distributivité

#### 1) Simple distributivité

Si  $k$ ,  $a$  et  $b$  désignent des nombres, alors :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

En notation simplifiée,  $k(a + b) = ka + kb$  et  $k(a - b) = ka - kb$

Transformer un produit en somme s'appelle **développer**,

Transformer une somme en produit s'appelle **factoriser**.

#### 2) Double distributivité

Si le nombre  $k$  s'écrit sous la forme d'une somme ( $c + d$ ), alors :

$$(c + d) \times (a + b) = c \times a + c \times b + d \times a + d \times b$$

En notation simplifiée,  $(c + d)(a + b) = ca + cb + da + db$

## B) Identités remarquables

Dans ce qui suit,  $a$  et  $b$  désignent des nombres.

- **Carré d'une somme** :  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- **Carré d'une différence** :  $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- **Différence de deux carrés** :  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Détail du développement du carré d'une somme :  $(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Remarque : on peut retrouver la formule  $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$  en remplaçant, dans la formule du carré d'une somme  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ , la valeur de  $b$  par celle de  $-b$ .

Ainsi :  $(a + (-b))^2 = a^2 + (-b)^2 + 2a(-b) = a^2 + b^2 - 2ab$

## C) Factorisation

Pour transformer une suite d'addition et de soustractions en produit, il faut soit reconnaître une identité remarquable (carré d'un produit ou d'une différence, différence de deux carrés) soit trouver dans les termes des opérations un **facteur commun**.

**Exemples :**

- $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2$
- $9x^2 - 49 = (3x)^2 - 7^2 = (3x + 7)(3x - 7)$
- $16x^3 - 4x^2 + 8x = (4x) \times 4x^2 - (4x) \times x + (4x) \times 2 = (4x) \times (4x^2 - x + 2)$